

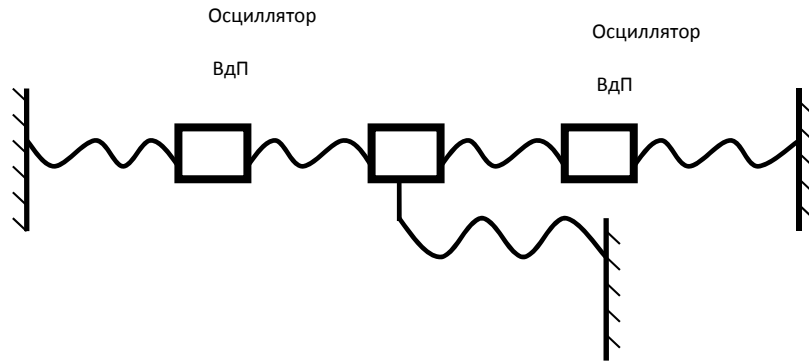
СТАЦИОНАРНЫЙ ОБМЕН ЭНЕРГИЕЙ
МЕЖДУ СЛАБО СВЯЗАННЫМИ
ОСЦИЛЛЯТОРАМИ ВАН-ДЕР-ПОЛЯ

А.М. Ковалева¹, Л.И. Маневич¹

¹*Институт Химической Физики им.
Н.Н. Семенова РАН*

margo.kovaleva@gmail.com

Система уравнений



Рассмотрены два одинаковые слабо связанные осцилляторы Ван-дер-Поля с упругой нелинейностью. Связь осуществляется через линейный диссипативный осциллятор с якорной пружиной, расстройка между собственными частотами осцилляторов Ван-дер-Поля и парциальной частотой линейного осциллятора мала:

Малый параметр ε

($\varepsilon \ll 1$)

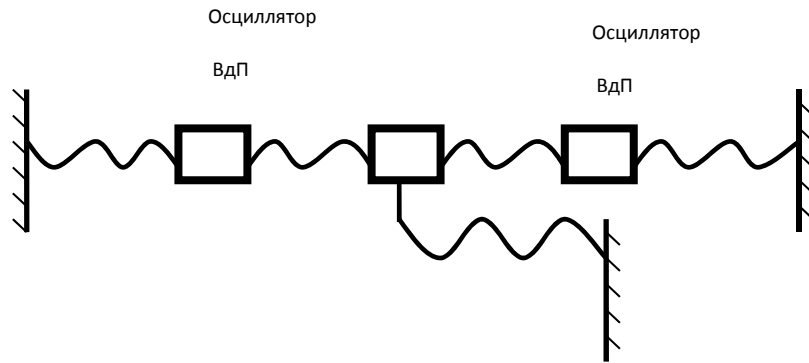
характеризует слабые связь, нелинейность и диссипацию в системе.

$$\frac{d^2 u_1}{dt^2} + u_1 + 8\alpha\varepsilon u_1^3 + 2\beta\varepsilon(u_1 - u_3) + 2\varepsilon(-4bu_1^2 - \gamma)\frac{du_1}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 u_2}{dt^2} + u_2 + 8\alpha\varepsilon u_2^3 + 2\beta\varepsilon(u_2 - u_3) + 2\varepsilon(-4bu_2^2 - \gamma)\frac{du_2}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 u_3}{dt^2} + (1 - \varepsilon\Delta)u_3 + 2\beta\varepsilon(2u_3 - u_2 - u_1) + 2\varepsilon\eta\frac{du_3}{dt} = 0$$

Стандартное поведение системы



В силу симметрии в системе существуют две нормальные моды:

синфазная: $u_2 = u_1$

антифазная: $u_1 = -u_2$

Малый параметр ε

($\varepsilon \ll 1$)

характеризует слабые связь, нелинейность и диссипацию в системе.

$$\frac{d^2 u_1}{dt^2} + u_1 + 8\alpha\varepsilon u_1^3 + 2\beta\varepsilon(u_1 - u_3) + 2\varepsilon(-4bu_1^2 - \gamma)\frac{du_1}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 u_2}{dt^2} + u_2 + 8\alpha\varepsilon u_2^3 + 2\beta\varepsilon(u_2 - u_3) + 2\varepsilon(-4bu_2^2 - \gamma)\frac{du_2}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 u_3}{dt^2} + (1 - \varepsilon\Delta)u_3 + 2\beta\varepsilon(2u_3 - u_2 - u_1) + 2\varepsilon\eta\frac{du_3}{dt} = 0$$

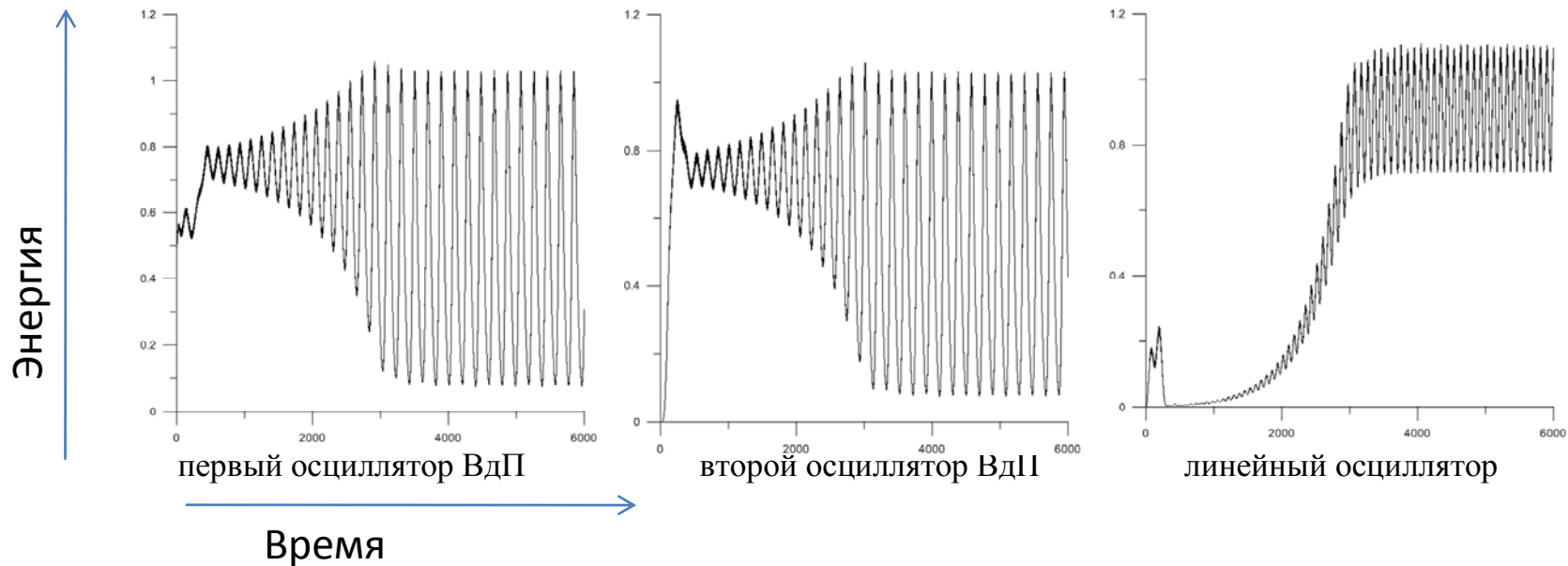
Пределные фазовые траектории

- Пределные фазовые траектории(LPT*)- фазовые траектории, соответствующие максимальному обмену энергией между частями системы
- В этом случае описание при помощи мод неэффективно
- Рассмотрение LPT обеспечивает адекватное описание поведения системы при помощи негладких функций

*1.Manevitch L.I.,Smirnov V.V. (2010) Resonant energy exchange in nonlinear oscillatory chains and Limiting Phase Trajectories: from small to large systems. Phys. Rev. E 82, 036602.

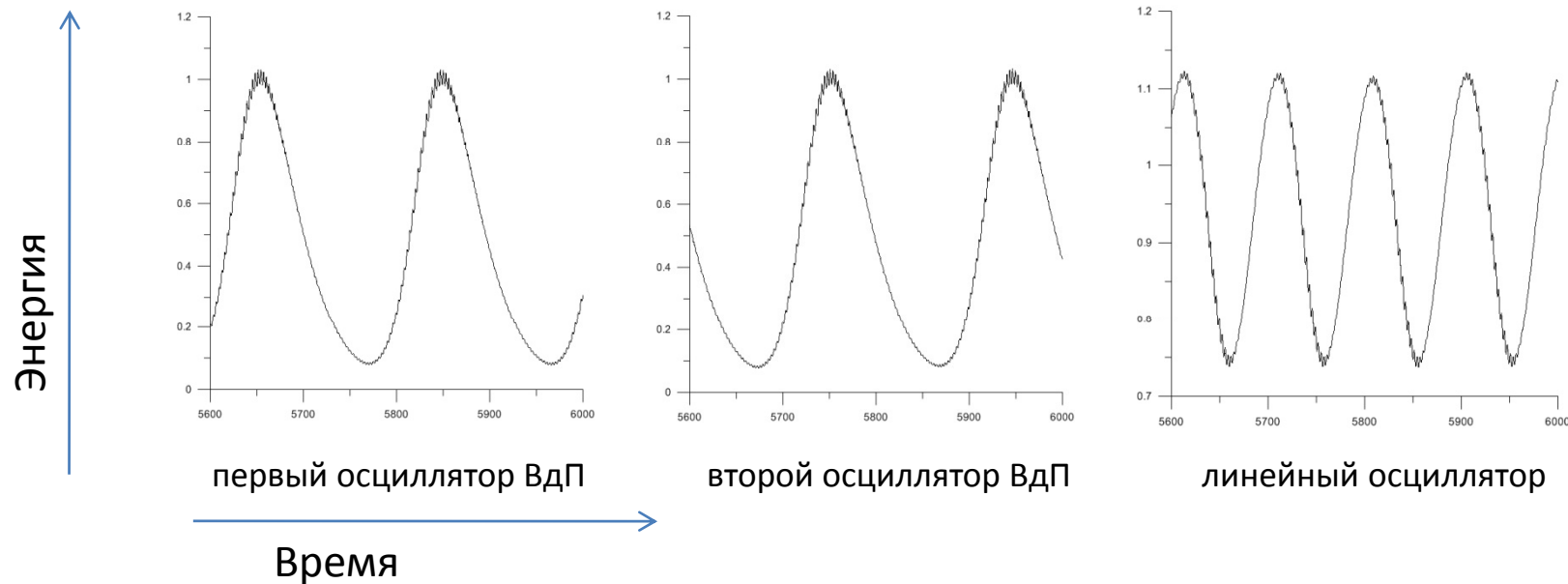
2.Manevitch L.I (2007) New approach to beating phenomenon in coupled nonlinear oscillatory chains. Archive of Applied Mechancs, V 77, 5, 301-312

Стационарная перекачка энергии с одного осциллятора Ван-дер-Поля на другой



В определенном диапазоне параметров (например, $\gamma=1.4$ и $0.1 < \eta < 0.2$) при существенно асимметричных начальных условиях (вся энергия сконцентрирована на одном осцилляторе Ван-дер-Поля) система демонстрирует режим стационарного почти полного обмена энергией.

Детализация процесса перекачки



Степень перекачки энергии составляет около 90%

Поведение системы аналогично поведению вблизи аттрактора для довольно обширной области начальных параметров.

Поведение системы происходит вблизи LPT

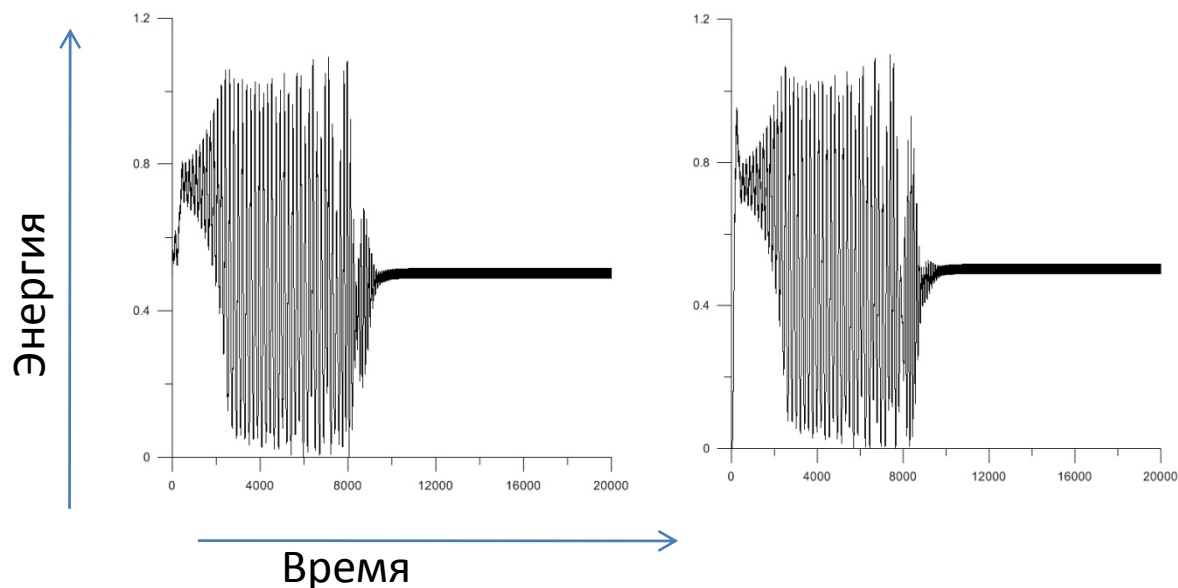
Возможность для стационарной перекачки возникает благодаря появлению неустойчивости антифазной моды

Поведение системы вне области режима перекачки

Вне указанного диапазона реализуются нормальные моды:

Эволюция энергии первого и второго осцилляторов Ван-дер-Поля при $\eta=0.09$:

Режим обмена перестает быть устойчивым



Система после
некоторого времени
нестационарной
перекачки энергии
между
осцилляторами
вышла на
антифазную моду

Результаты:

- В указанном диапазоне параметров процесс перекачки энергии от одного осциллятора к другому является стационарным.
- Поведение системы аналогично поведению вблизи аттрактора для довольно обширной области начальных параметров. Рассмотренные решения близки к Предельным Фазовым Траекториям (LPT)[1], являющимся альтернативой нормальным модам.

Литература:

1. Manevitch L.I., Smirnov V.V. (2010) Resonant energy exchange in nonlinear oscillatory chains and Limiting Phase Trajectories: from small to large systems. Phys. Rev. E 82, 036602.
2. Manevitch L.I. Manevitch O.L. (1999) Stationary and non-stationary self-sustained waves in infinite chain of anharmonic oscillators. 5th Conference on Dynamical Systems, Lodz.